

Analiza matematyczna I
Lista 7 (badanie przebiegu zmienności funkcji)

Zad 1. Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji:

- a) $y = x^4 - 2x^2 + 5$, na przedziale $x \in [-2, 2]$,
 b) $y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1$, na przedziale $x \in [-1, 2]$,
 c) $y = \sqrt{100 - x^2}$, na przedziale $x \in [-6, 8]$,
 d) $y = \frac{x-1}{x+1}$ na przedziale $x \in [0, 4]$,
 e) $y = \sqrt[3]{x^2}$ na prostej \mathbb{R} , f) $y = \operatorname{arctg}(x^2)$ na prostej \mathbb{R} .

Zad 2. Wyznaczyć przedziały wypukłości i wklęsłości oraz punkty przegięcia wykresów funkcji

- a) $y = -x^4 - 2x^3 + 36x^2 + x + 5$, b) $y = 3x^5 - 5x^4 + 3x - 2$,
 c) $y = \frac{x^3}{x^2 + 48}$, d) $y = 1 - \sqrt[3]{x-1}$, e) $y = e^{\operatorname{arctg} x}$, f) $y = \frac{1}{(x+1)^3}$,
 g) $y = x^4(12 \ln x - 7)$, h) $y = \arcsin \frac{1}{x}$, i) $f(x) = x + 2 - \sqrt[3]{x^5}$.

Zad 3. Wyznaczyć asymptoty wykresów funkcji

- a) $y = \frac{\sin x}{x}$, b) $y = \frac{1}{1-x^2}$, c) $y = \frac{3-x^2}{2-x}$, d) $y = \frac{2x^2-1}{x^2}$,
 e) $y = \frac{x^4}{2-x^3}$, f) $y = \frac{2x^3}{(x-1)^2}$, g) $y = \frac{1}{x^2-5x+6}$, h) $y = e^{\frac{1}{x}} - x$,
 u) $y = x - 2\operatorname{arctg} x$, j) $y = x + 3\operatorname{arctg} x$, k) $y = \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^4$.

Zad 4. Przeprowadzić wszechstronne badanie funkcji i wykonać ich wykresy:

- $a(x) = x^3 - 3x^2 + 4$, $b(x) = e^{-x^2}$, $c(x) = \frac{x}{1-x^2}$, $d(x) = \frac{x}{e^x}$,
 $e(x) = \frac{x^2+1}{x^2}$, $f(x) = \frac{1-x^3}{x^2}$, $g(x) = \frac{x^3}{x+1}$, $h(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$,
 $i(x) = x\operatorname{arctg} x$, $j(x) = \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$, $k(x) = \frac{e^x}{x}$, $l(x) = \ln(x^2+1)$,
 $m(x) = (x-3)\sqrt{x}$, $n(x) = \frac{\ln x}{x}$, $o(x) = x - \ln(x+1)$, $p(x) = x\frac{x-3}{x+1}$,
 $r(x) = (x+1)^{\frac{2}{3}} - (x-1)^{\frac{2}{3}}$, $s(x) = x \ln x$, $t(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$, $u(x) = 3 - \frac{4}{x} - \frac{4}{x^2}$,
 $v(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ funkcja gęstości rozkładu normalnego o wartości

oczekiwanej μ i odchyleniu standardowym $\sigma > 0$

- $x(t) = t2^{\frac{1}{t}}$, $y(x) = \sin x - \sin^2 x$, $z(x) = \arcsin \frac{1-x^2}{1+x^2}$